EX 1.

Donner une primitive de $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 1}$.

EX 2.

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite de terme général

$$u_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k^2 + (n-k)^2}.$$

Donner la limite de la suite (nu_n) puis un équivalent de (u_n) .

EX 3.

Soient $a < b$ deux réels.

1. Trouver les fonctions f continues sur $[a; b]$ telles que

$$\int_a^b f(t) dt = (b-a) \sup_{x \in [a; b]} |f(x)|.$$

2. Trouver les fonctions f continues sur $[a; b]$ à valeurs réelles telles que

$$\left| \int_a^b f(t) dt \right| = \int_a^b |f(t)| dt.$$

EX 1.

Donner une primitive de $f(x) = 1/(x^2 + 1)^2$.

EX 2.

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continue telle que $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \ell$. Montrer que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt = \ell.$$

EX 3.

Donner la limite de la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ de terme général

$$u_n = \left[\left(1 + \left(\frac{1}{n}\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{2}{n}\right)^2\right) \cdots \left(1 + \left(\frac{n}{n}\right)^2\right) \right]^{1/n}.$$

EX 1.

Donner une primitive de $f(x) = \frac{3x-5}{x^2+x+1}$.

EX 2.

1. Etudier les variations de la fonction F définie par $F(x) = \int_0^x \exp(t^2) dt$ pour $x \in \mathbb{R}$.

2. Montrer qu'il existe u une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que $\int_x^{u(x)} \exp(t^2) dt = 1$.

3. Montrer que u est dérivable et étudier son sens de variation.

EX 3.

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite de terme général

$$u_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k + n^2}.$$

Donner la limite de la suite $(n(1 - nu_n))_n$.