

INTERROGATION SURVEILLÉE 1, SUJET 1.

Les exercices sont indépendants. Ils peuvent être traités dans l'ordre de votre choix. Le soin apporté à votre copie (lisibilité, présentation) et la clarté des raisonnements et de l'expression écrite prennent une part importante dans l'évaluation de la copie.

Question de cours

1. Donner la définition d'une racine n -ième de l'unité. Rappeler l'expression des n racines n -ièmes de l'unité, pour n un entier naturel non nul.
2. Donner l'expression complexe d'une rotation de centre $\Omega(\omega)$ et d'angle $\theta \in \mathbb{R}^*$, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct. Justifier.

Exercice 1.

Calculer la forme algébrique du nombre complexe suivant : $z = \left(\frac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{\sqrt{3}-i} \right)^8$.

Exercice 2.

En utilisant la Question de cours 1., résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(z - i)^n = (z + i)^n$ (pour $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 0$). Montrer ensuite, en transformant leur écriture, que les solutions sont en fait des nombres réels.

Exercice 3.

Déterminer les racines carrées du nombre complexe $z = 1 + 2i$.

Exercice 4.

Linéariser $\sin^4(\theta)$, pour $\theta \in \mathbb{R}$.

INTERROGATION SURVEILLÉE 1, SUJET 2.

Les exercices sont indépendants. Ils peuvent être traités dans l'ordre de votre choix. Le soin apporté à votre copie (lisibilité, présentation) et la clarté des raisonnements et de l'expression écrite prennent une part importante dans l'évaluation de la copie.

Question de cours

1. Donner l'expression complexe d'une homothétie de centre $\Omega(\omega)$ et de rapport $k \in \mathbb{R}^*$, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct. Justifier.
2. Donner la définition d'une racine n -ième de l'unité. Rappeler l'expression des n racines n -ièmes de l'unité, pour n un entier naturel non nul.

Exercice 1.

Exprimer $\cos(4\theta)$ en fonction de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$, pour $\theta \in \mathbb{R}$.

Exercice 2.

Calculer la forme algébrique du nombre complexe suivant : $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i} \right)^{20}$.

Exercice 3.

En utilisant la Question de cours 2., résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(z - i)^n = (z + i)^n$ (pour $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 0$). Montrer ensuite, en transformant leur écriture, que les solutions sont en fait des nombres réels.

Exercice 4.

Déterminer les racines carrées du nombre complexe $z = -2 + i$.