

## Introduction aux systèmes dynamiques – LICENCE L3

### DEVOIR MAISON 1

À noter : pour ce devoir maison, on demande une rédaction soignée des exercices. Il faut en particulier justifier les calculs, indiquer ce que l'on fait, faire attention aux hypothèses (p.ex. intervalles des solutions)...

Un devoir non rédigé ne sera pas corrigé !

#### EXERCICE 1 (extrait d'un partiel d'une année passée)

On considère l'équation différentielle

$$|t|y' + (t^2 - 1)y = t^3 \quad (1)$$

1. Décrire exactement le type de l'équation (1).
2. Résoudre cette équation sur chacun des intervalles  $] - \infty; 0[$ , et  $]0; +\infty[$ .
3. Existe-t-il des solutions définies sur  $\mathbb{R}$  tout entier ?

#### EXERCICE 2

On considère l'équation différentielle

$$y' = y^2 - (2t - 1)y + t^2 - t + 1 \quad (2)$$

1. Décrire exactement le type de l'équation (2). Vérifier que  $y_0(t) = t$  est une solution.
2. Donner la solution générale de l'équation (2).
3. Tracer quelques trajectoires représentatives des solutions de (2).
4. Montrer que les courbes solutions correspondant à des solutions non polynomiales forment deux familles de courbes, se déduisant les unes des autres par translations.