

ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE - Plan du Cours¹

CHAPITRE 1 NOMBRES COMPLEXES ET APPLICATIONS

1. Rappels de géométrie plane
 - (a) Définitions
(base, repère, coordonnées d'un vecteur, norme euclidienne, vecteur normé, produit scalaire (définition analytique), orthogonalité, B.O.N., R.O.N., existence de deux B.O.N. à partir d'un vecteur unitaire, orientation, B.O.N.D., R.O.N.D.)
 - (b) Mode de repérage d'un point dans le plan
 - i. Coordonnées cartésiennes
 - ii. Coordonnées polaires
(+ rappel sur le cercle trigonométrique, et le produit scalaire – définition avec le cosinus, formules de trigonométrie)
 - iii. Liens entre les 2
(passage des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes, et inversement. Application : preuve des formules trigo d'addition)
2. Ensemble des nombres complexes – Forme algébrique
 - (a) Définition et règles de calcul
(parties réelle, imaginaire, addition et multiplication de 2 complexes)
 - (b) Représentation dans le plan (affiche)
 - (c) Conjugué
 - (d) Module
3. Argument – Formes trigonométrique et exponentielle
 - (a) Nombres complexes de module 1, notation $e^{i\theta}$
(+ formules d'Euler et de Moivre)
 - (b) Argument
 - i. Définition
 - ii. Produit et division de deux nombres complexes sous forme exponentielle
(+ représentation dans le plan)
 - (c) Exponentielle complexe
4. Applications à la trigonométrie
 - (a) Formules d'addition et de factorisation (technique de l'arc moitié)
 - (b) Linéarisation et développements trigonométriques
 - (c) Amplitude et phase
5. Applications à la résolution d'équations algébriques
 - (a) Extraction de racines carrées
 - (b) Equations algébriques du second degré
(+ relations coefficients–racines)
 - (c) Racines n -ièmes
6. Applications à la géométrie
 - (a) Affixes et distances
 - (b) Affixes et angles
(caractérisation de l'orthogonalité, et de la colinéarité avec affixes)

1. Enseignant responsable du CM : G. Chagny. Chargés de TD : G. Chagny, J. Lemoine, L. Loukitch.

- (c) Expression complexe des transformations du plan
 - i. Translation
 - ii. Rotation
 - iii. Homothétie

CHAPITRE 2 GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE DE L'ESPACE

1. Introduction

Définitions (base, repère, norme, R.O.N., B.O.N, distance, orientation -règle du bonhomme d'Ampère, règle des 3 doigts de la main droite) Définitions direction d'une droite (passant par un point, dirigée par un vecteur), coplanarité, direction d'un plan (défini par un point, et deux vecteurs non colinéaires).

2. Mode de repérage d'un point dans l'espace

- (a) Coordonnées cartésiennes
- (b) Coordonnées cylindriques
- (c) Coordonnées sphériques

3. Produit scalaire

- (a) Définition analytique (+identité de polarisation)
- (b) Propriétés (les mêmes que dans le plan...)
- (c) Produit scalaire et orthogonalité

4. Barycentre

- (a) Définitions
 - point pondéré – masse totale d'une famille de point pondérée – existence du barycentre – isobarycentre – exemple du barycentre de deux points (position...)
- (b) Propriétés
 - homogénéité - associativité
- (c) Droites et plans
 - caractérisation avec barycentres

5. Produit vectoriel

- (a) Définition
- (b) Propriétés
 - i. Produit vectoriel et orthogonalité
 - ii. Expression du produit scalaire dans une B.O.N.
 - iii. Bilinéarité et antisymétrie

6. Plans et droites dans l'espace

- (a) Plans
 - i. Mode de définition d'un plan, représentation paramétrique et équation cartésienne
 - ii. Distance d'un point à un plan
 - iii. Position relative de deux plans
- (b) Droites
 - i. Mode de définition d'un plan, représentation paramétrique et équation cartésienne
 - ii. Distance d'un point à une droite

CHAPITRE 3 LOGIQUE - ENSEMBLES - - APPLICATIONS

1. Introduction
 - Rappels de logique (implication, équivalence, contraposition,...)
 - Quantificateurs \forall et \exists + négation de proposition quantifiées (partie faite en TD)
2. Vocabulaire ensembliste
 - (a) Ensembles, appartenance, inclusion
 - (b) Opérations sur les ensembles
 - (c) Produit cartésien
3. Applications
 - (a) Définitions
 - (b) Composition
 - (c) Injection, surjection, bijection
4. Relations binaires
 - (a) Définitions
 - (b) Relations d'ordre
 - (c) Relations d'équivalence
5. Ensembles finis et dénombrement
 - (a) Cardinaux des ensembles finis
 - (b) Dénombrement
 - i. Applications d'un ensemble fini dans un ensemble finis
 - Nombre d'applications
 - Nombre d'injections
 - Nombre de permutations
 - ii. Nombre de parties d'un ensemble finis - Coefficients binomiaux.

CHAPITRE 4 INTRODUCTION AUX STRUCTURES ALGÈBRIQUES

1. Lois de composition interne
 - (a) Définition
 - (b) Propriétés globales des lois
 - (c) Propriétés des éléments
 - (d) Construction de lois (lois induites - lois produits)
2. Structure de groupe
 - (a) Définitions - Exemples
 - (b) Sous-groupes
3. Structure d'anneau et de corps
 - (a) Anneaux
 - (b) Corps
 - (c) Exemple : construction de \mathbb{C}

CHAPITRE 5 ARITHMÉTIQUE DANS \mathbb{Z}

Intro : “rappels” sur les propriétés fondamentales de \mathbb{Z} (existence de plus grand élément pour une partie non vide majorée...)

1. Division dans \mathbb{Z}
 - (a) Division euclidienne (existence-unicité en partant de \mathbb{Z} archimédien)
 - (b) Relation de divisibilité - sous-groupes de \mathbb{Z}
 - (c) Relation de congruence modulo un entier
2. PGCD - Nombres premiers entre eux
 - (a) PGCD de 2 entiers (définition à partir des sous-groupes de \mathbb{Z})
 - (b) Entiers premiers entre eux (Bézout + csqcs : Gauss,...)
 - (c) Calcul pratique du PGCD : algorithme d'Euclide
3. PPCM
4. Nombres premiers - Décomposition en facteurs premiers

CHAPITRE 6 POLYNÔMES

1. Ensemble des polynômes à une indéterminée sur k ($k = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C})
 - (a) Définitions (polynômes, degré, coefficients...)
 - (b) Opérations sur $k[X]$ - Structure algébrique de $k[X]$ (multiplication par un scalaire, addition et multiplication des polynômes)
 - (c) Fonctions polynômiales
 - (d) Dérivation
2. Divisibilité des polynômes
 - (a) Relation de divisibilité
 - (b) Division euclidienne
3. Racines d'un polynôme
 - (a) Racine
 - (b) Multiplicité
 - (c) Théorème de D'Alembert-Gauss - Factorisation des polynômes